Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de febrero de 2017
DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

ASIGNATURA/AREA: Geometría	**FECHA: abril de 2025**
PERIODO: 1 de 2025	**GRADO: 10° (10°1 y 10°2)**
NOMBRE DEL DOCENTE: Jaime Buelvas	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	
FECHA DE ENTREGA: abril 4 de 2025	**FECHA DE SUSTENTACIÓN: Según horario organizado por coordinación.**
LOGROS: Clasificación y aplicación Ángulos a aplicaciones matemáticas y geométricas, identificación y construcción de los principales polígonos regulares y estrellas de n número de puntas con demostraciones y mostraciones geométricas, reconocimiento de los elementos básicos de la geometría plana y analítica, como distancia entre dos puntos en el plano y punto medio de un segmento. Cumplimiento de tareas y talleres asignados relacionados con las competencias del área.	
Recursos: Hojas de bloc, lápiz, borrador, regla, lápices de colores, textos de matemáticas e internet.	

PLAN DE APOYO

ACTIVIDADES

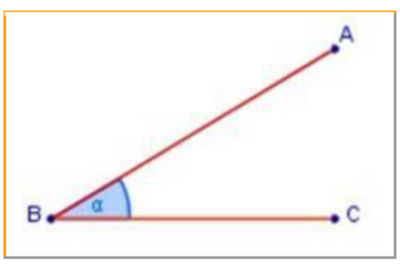
OBSERVACIONES:	
FECHA DE ENTREGA DEL TRABAJO	***FECHA DE SUSTENTACIÓN***
NOMBRE DEL EDUCADOR ***Jaime Buelvas***	***FIRMA DEL EDUCADOR***

TEORÍA, EXPLICACIONES Y BIBLIOGRAFÍA

Ángulos y su clasificación

Un ángulo es una figura geométrica formada en una superficie por dos líneas que parten de un mismo punto.

También podemos decir que un ángulo es la abertura formada por dos rayos llamados **lados**, que tienen un origen común llamado **vértice.**

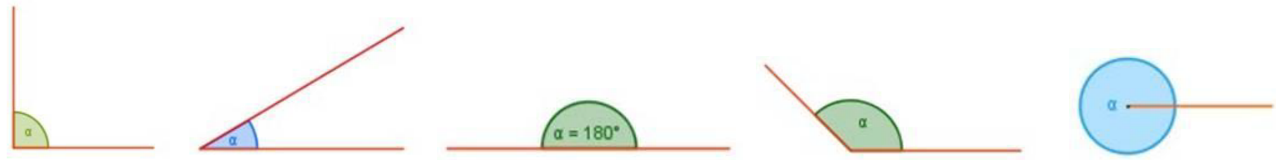


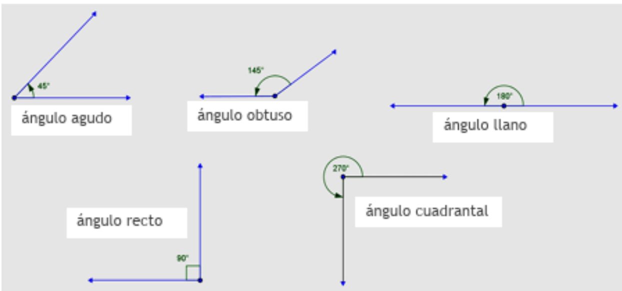
El ángulo se anota: ∢ABC o ∢α

Clasificación de los ángulos: Los ángulos pueden clasificarse según su medida en cinco tipos:

Ángulo recto: es aquel cuya medida es de 90° ∠ **α = 90°**
Ángulo agudo: es aquel cuya medida es menor que 90° ∠ α = < 90°

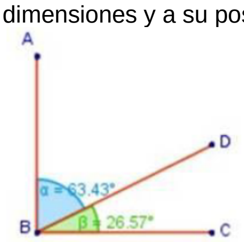
Ángulo extendido: es aquel cuya medida es de 180° ∠ **α = 180°**
Ángulo obtuso: es aquel cuya medida es mayor que 90° y menor que 180° ∠ **α = > 90° < 180°**
Ángulo completo: es aquel cuya medida es de 360° ∠ **α = 360°**





Relaciones entre parejas de ángulos

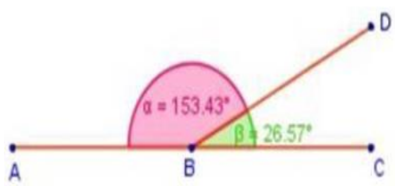
En casi todas las figuras geométricas donde intervengan rectas aparecen ángulos, los cuales es posible relacionar en cuanto a sus dimensiones y a su posición en el plano. Así, dos ángulos pueden ser entre sí **complementarios, suplementarios o adyacentes.**



Dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es 90°

α + β son complementarios

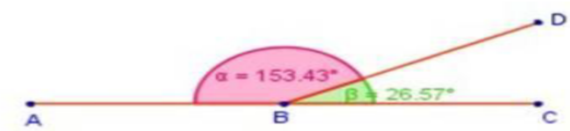
α + β= 90°



Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es 180°

α + β son suplementarios

α + β = 180°



Dos ángulos son adyacentes si tienen un lado en común y los otros dos están en la misma recta.

a es adyacente con b Û A, B, C son colineales (están en la misma recta), BD lado común para a y b

Los ángulos adyacentes son suplementarios.

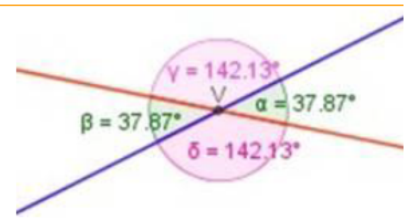
Ángulos opuestos por el vértice

Son los ángulos formados por dos rectas que se cortan en un punto llamado**vértice (V)**.

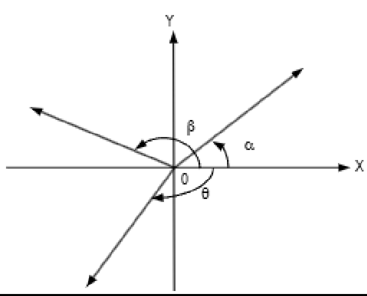
α es opuesto por el vértice con **β**

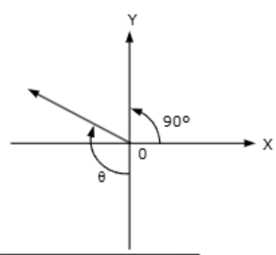
γ es opuesto por el vértice con **δ**

Como podemos verificar en la figura: **Los ángulos opuestos por el vértice son iguales**



ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL: Un ángulo trigonométrico está en Posición Normal si su vértice está en el origen de coordenadas y su lado inicial coincide con el lado positivo del eje X y el otro está en cualquier cuadrante

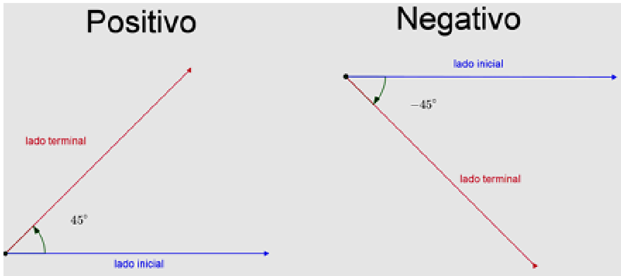


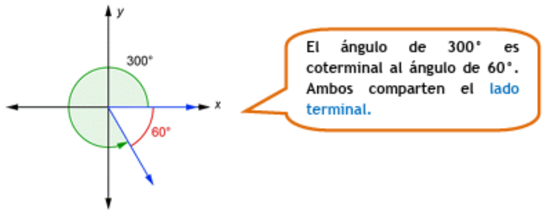


90º ∉ a ningún cuadrante

θ no está en posición normal

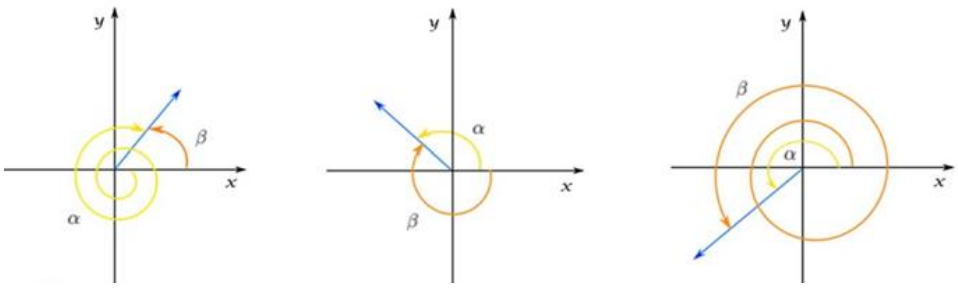
Ángulos y su posición: Los ángulos estudiados hasta el momento han sido **positivos** porque su lado terminal está en contra de las manecillas del reloj. Sin embargo, si este lado terminal estuviera a favor de las manecillas del reloj, entonces el ángulo sería **negativo.** Cuidado, el + o − , indica dirección del ángulo.





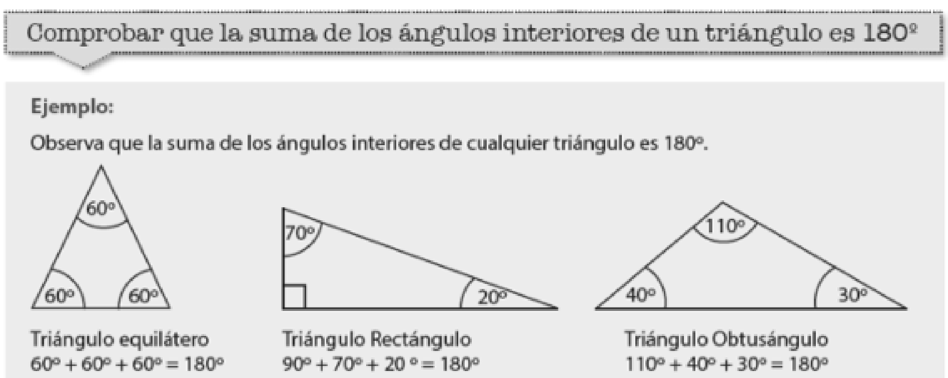
Por otro lado, los ángulos positivos y negativos pueden tener relación entre sí, si estos son ángulos coterminales. Los ángulos coterminales son dos ángulos donde coinciden en su lado terminal.

ANGULO COTERMINAL Los ángulos coterminales son ángulos en posición normal cuyo lado inicial está en el eje positivo de las x, el lado terminal coincide con el lado con el ángulo con el cual se compara. Se debe tomar como mínimo dos ángulos para compararlos si son coterminales. La diferencia entre los dos ángulos corresponde a una, dos, tres o más vueltas. Por ejemplo 30°, – 330° y 390° son todos coterminales.



ÁNGULO DE ELEVACIÓN Y ÁNGULO DE DEPRESIÓN

ÁNGULOS INTERIORES DE UN TRIÁNGULO



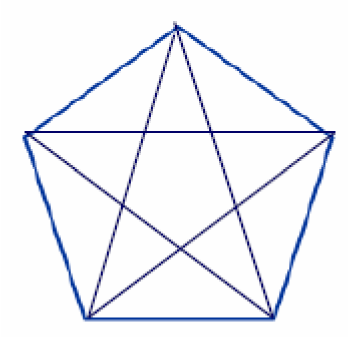
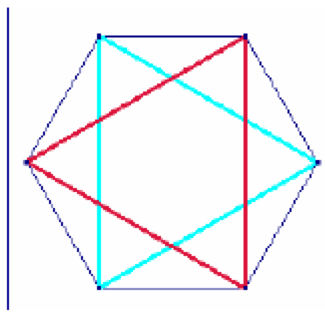
Cálculo del ángulo en una circunferencia para construir una estrella de n número de puntas

De los polígonos regulares construir cualquier polígono regular con el transportados usando la formula $\theta = \frac{360°}{n}$, Así

mismo se construye una estrella de igual número de puntas
Donde n: representa el número de lados, trazar las respectivas diagonales

Construcción de estrellas de N número de puntas

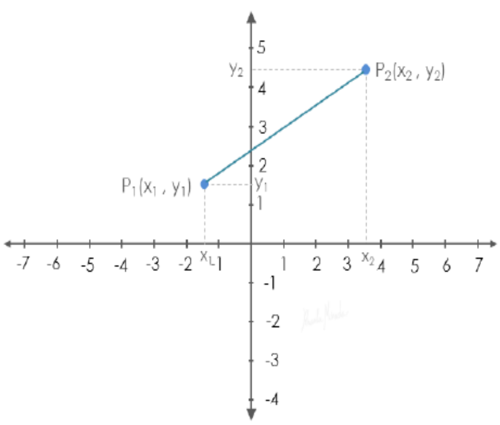
A partir de un polígono regular de n lados. Se elige uno de sus vértices y se unen vértices no consecutivos, hasta que todo los vértices estén unidos. Se denotan por n/q (se saltan q-1 vértices).

Geometría analítica: Distancia ente dos puntos en el plano

PLANO CARTESIANO. Distancia Entre Dos Puntos, en el Plano.

Sean los puntos $P_1(x_1\ ,\ y_1)$ y $P_2(x_2\ ,\ y_2)$ la distancia entre estos puntos se define como la longitud del segmento que los une.
¿Cómo hacemos para hallar la longitud del segmento P_1P_2?



El triangulo que se forma es rectángulo, por lo tanto satisface el teorema de Pitágoras.

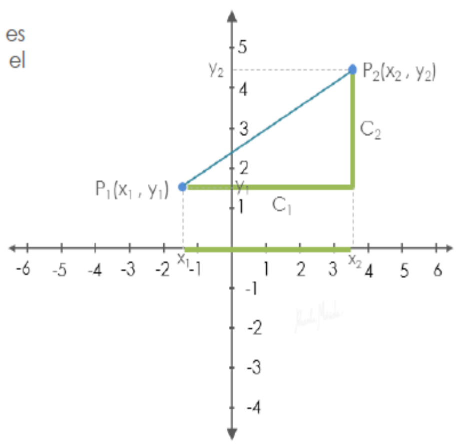
Teorema de Pitágoras

$$H^2 = C_1^2 + C_2^2$$

$d_{P1P2} = x \qquad C_1 = x_2 - x_1 \qquad C_2 = y_2 - y_1$

$$d_{P1P2}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

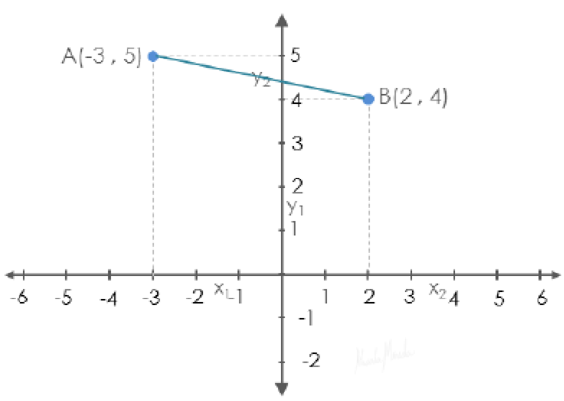
$$\boxed{d_{P1P2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$



Hallar la distancia entre los puntos A(-3 , 5) y B(2 , 4)

1ro. Ubicamos los puntos dados en el plano. A(-3 , 5) ; B(2 , 4)

Nota: Aunque no es necesario para hallar la distancia, es valioso adquirir el hábito de representar gráficamente este tipo de planteamientos, será de gran utilidad.



2do. Aplicamos la fórmula de distancia entre dos puntos.

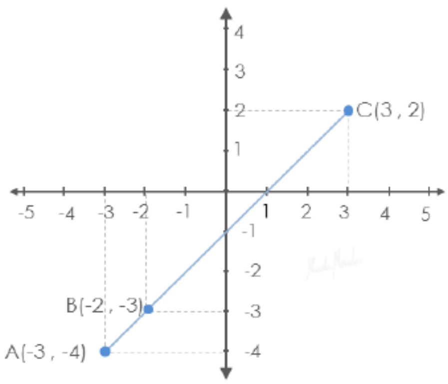
$$d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(-3-2)^2 + (5-4)^2} \qquad d_{AB} = \sqrt{(-5)^2 + (1)^2} \qquad \boxed{d_{AB} = \sqrt{26}}$$

. Comprobar que los puntos A(-3 , 4) , B(-2 , -3) y C(3 , 2) son colineales.

Puntos Colineales. Son puntos que están sobre una misma recta.

Análisis. Si los puntos A,B y C son colineales la suma de la medida de los segmentos AB y BC es igual a la medida del segmento AC.



Hallamos las tres distancias:

A(-3 , -4) ; B(-2 , -3) ; C(3 , 2)

$d_{AB} = \sqrt{(-2-(-3))^2 + (-3-(-4))^2}$ $\quad d_{BC} = \sqrt{(3-(-2))^2 + (2-(-3))^2}$ $\quad d_{AC} = \sqrt{(3-(-3))^2 + (2-(-4))^2}$

$d_{AB} = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2}$ $\quad d_{BC} = \sqrt{(5)^2 + (5)^2}$ $\quad d_{AC} = \sqrt{(6)^2 + (6)^2}$

$\boxed{d_{AB} = \sqrt{2}}$ $\quad d_{BC} = \sqrt{50}$ $\boxed{d_{BC} = 5\sqrt{2}}$ $\quad d_{AC} = \sqrt{72}$ $\boxed{d_{AC} = 6\sqrt{2}}$

La suma de la medida de los segmentos AB y BC es igual a la medida del segmento AC.
Los tres puntos son colineales.

$d_{AB} + d_{BC} = d_{AC}$

$\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

Punto medio de un segmento en el plano

Punto medio, es el punto que se encuentra a la misma distancia de otros dos puntos cualquiera o extremos de un segmento. Si es un segmento, el punto medio es el que lo divide en dos partes iguales. En ese caso, el punto medio es único y equidista de los extremos del segmento. Para hallar el punto medio del segmento de recta que une dos puntos en un plano de coordenadas, simplemente se encuentran los valores promedio de las respectivas coordenadas de los dos puntos de extremo usando la fórmula del punto medio.

Ejemplo: Hallar el punto medio de un segmento de recta que une los puntos $(-5,-3)$ y $(9,3)$.

Paso#1: identificamos quien será x_1, y_1, x_2, y_2. $\boldsymbol{x_1 = -5, y_1 = -3, x_2 = 9,\ y_2 = 3}$

Paso#2: Colocamos la fórmula del punto medio. $\boldsymbol{Pm = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)}$

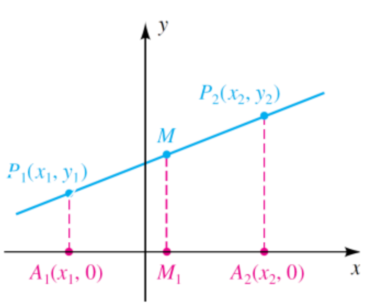
Paso#3: Sustituimos los valores de cada componente en la fórmula. $\boldsymbol{Pm = \left(\frac{-5+9}{2}, \frac{-3+3}{2}\right)}$

Paso#4: Realizamos la suma del numerador y luego se divide entre 2. $\boldsymbol{Pm = \left(\frac{4}{2}, \frac{0}{2}\right); Pm = (2,0)}$

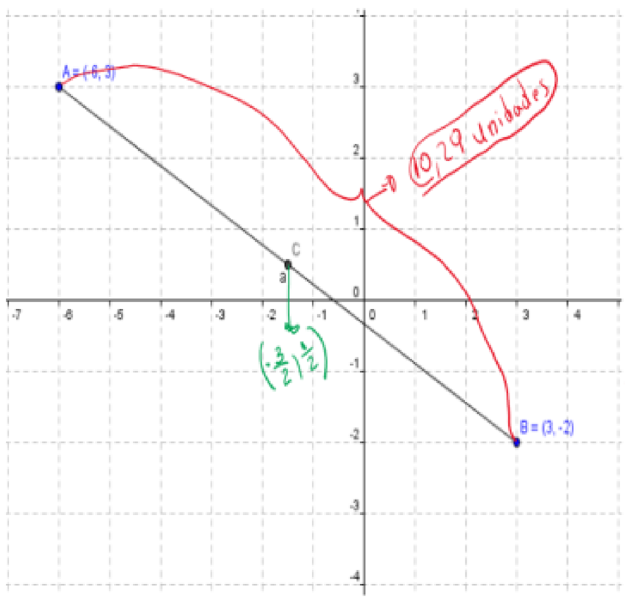
El punto medio de ese segmento de recta se encuentra ubicado en el punto $(\mathbf{2},\mathbf{0})$. Si se grafica el segmento de recta que define los puntos $(-5,-3)$ y $(9,3)$ y luego se mide con una regla, se dará cuenta que la mitad de ese segmento de recta está justamente en el punto $(\mathbf{2},\mathbf{0})$ y es por eso que se le llama punto medio.

La fórmula para encontrar el punto medio , M, del segmento de línea desde $P_1(x_1, y_1)$ hasta $P_2(x_2, y_2)$ es:

$$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$



Ejemplo de distancia entre dos punto y punto medio



Distancia

$$d(AB) = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$d(-6,3)(3,-2) = \sqrt{(3-(-6))^2+(-2-3)^2}$$

$x_1\ y_1\quad x_2\ y_2$

$$= \sqrt{(3+6)^2+(-5)^2}$$

$$= \sqrt{(9)^2+(-5)^2}$$

$$= \sqrt{81+25}$$

$$= \sqrt{106}$$

$\approx 10,29$ Unidades Rta

Punto medio: $\left(\frac{x_2+x_1}{2}, \frac{y_2+y_1}{2}\right)$

x y

$$\frac{x_2+x_1}{2} = \frac{3+(-6)}{2} = \frac{3-6}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{y_2+y_1}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$\left(\frac{-3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ Rta

x y

EJERCICIOS O TALLER

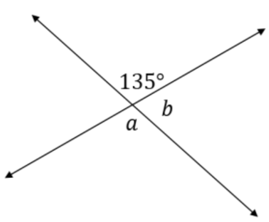
Este taller representa la forma como se evaluará o sustentará el plan de apoyo. NO es para entregar, solo para estudiar a conciencia y prepararse para la evaluación del plan de apoyo

1. Construir estrella poligonales regulares 5, 6, 7, 8 , 9 y 10 puntas

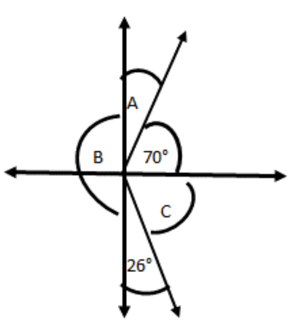
De las siguientes preguntas, escoja la correcta y realice las operaciones respectivas

2. Teniendo en cuenta el concepto de ángulos opuestos por el vértice, los ángulos a y b miden respectivamente:

A. 100° y 45° B. 135° y 45° C. 45° y 45°

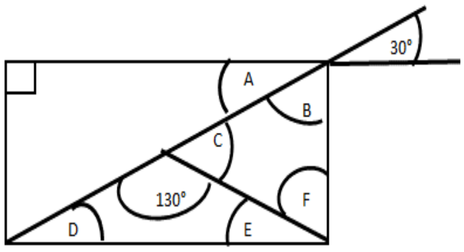


Responda las preguntas de la 3 a la 5 con base en la siguiente gráfica



3. El ángulo (A)mide: A. 30° B. 70° C. 90° D. 20°
4. El ángulo (B) mide: A. 100° B. 180° C. 90° D. 70°
5. El ángulo (C) mide: A. 64° B. 26° C. 74° D. lo mismo que B

Responda las preguntas de la 6 a la 10 con la siguiente gráfica, para cada respuesta debe justificar la respuesta con la operación o expresando que regla o principio matemático se aplica



6. El ángulo (A) mide: A. 60° B. 30° C. 50° D. 30°

7. El ángulo (B) mide: A. 60° B. 30° C. 50° D. 30°

8. El ángulo (C) mide: A. 60° B. 30° C. 50° D. 70°

9. El ángulo (F) mide: A. 60° B. 30° C. 50° D. 70°

10. Los ángulos D y E miden respectivamente. A. 30° y 30° B. 30° y 20° C. 50° y 20° D. 25° y 25°

Hallar la distancia entre los pares de puntos dados:

11. A(-1 , 5) , B(2 , 3)   12. $P_1(0 , 7)$, $P_2(4 , -7)$ 13. C(6 , -1) , D(-1 , -4)

Hallar las coordenadas del punto medio y construir la gráfica en cada caso

14. Dados los puntos P = (−1, 7) y Q = (5,4), hallar el punto medio.

15. Halla el punto que divide al segmento de extremos P = (−2,3) y Q = (6,2) en dos partes iguales

16. Halle el punto medio del segmento que tiene como extremos los puntos: P = (2,5) y Q = (8,5).

INDICACIONES

Cada estudiante en supervisión del acudiente o padre de familia de ponerse al día con las actividades realizadas en clases y las diversas consultas y tareas planteadas, ponerse al día con el cuaderno con todas las actividades desarrolladas a la fecha

Estudiar las competencias desarrolladas con los temas:

Concepto, características y clasificación de los ángulo, cómo construir polígonos regulares estrellados, estrellas de n número de puntas,
De los polígonos regulares construir cualquier polígono regular con el transportados usando la formula

$$\theta = \frac{360°}{n}$$

Donde n: representa el número de lados, de igual forma se aplica para el número de lados de las estrellas

Ángulos, clasificación, tipos de ángulos, relación de ángulos (agudos, rectos, obtusos, llanos, completos, mayores que un giro.
Ángulos en posición normal, ángulos positivos y negativos, Ángulos Coterminales, ángulos opuestos por el vértice, ángulos complementarios y suplementarios, ángulo de elevación y depresión, ángulos internos de un triángulo
Geometría analítica: Distancia entre dos puntos de un segmento en el plano, coordenadas del punto medio
Corregir, estudiar y analizar la evaluación de periodo y las actividades evaluadas en clase

Presentar la evaluación de plan de apoyo en la fecha programada por la Institución, la calificación sacada en la evaluación es la nota que quedará como definitiva del periodo como plan de apoyo

Se insta a la familia a hacer el acompañamiento respectivo para que el estudiante alcance los desempeños del área

Bibliografía y recursos digitales

https://www.youtube.com/watch?v=kLJJFm-LLHY

https://www.youtube.com/watch?v=BK588EzXRH8&list=PLayMs9a6-1-eDUBySwoGtxH3gngyji_QT

Tipos de ángulos: https://www.youtube.com/watch?v=4KTKDMRZufE&t=95s

Relaciones entre ángulos: https://www.youtube.com/watch?v=oKS9V5P65wQ

Ángulos coterminales: https://www.youtube.com/watch?v=u38TSnFQwhs

https://www.youtube.com/watch?v=R5Ra78zc-s0

Ángulos opuestos por el vértice: https://www.youtube.com/watch?v=GkUbiBu-pYY

Ángulos complementarios y suplementarios: https://www.youtube.com/watch?v=5FgU_0RfFYY

Ángulo de elevación y depresión: https://www.youtube.com/watch?v=qzbx5XfcZUk

https://www.youtube.com/shorts/OtzpgzBqEQ0

Ángulos internos de un triángulo: https://www.youtube.com/watch?v=mim05Nfu5KM

Distancia entre dos puntos: https://www.youtube.com/watch?v=HPS7B57keEE

https://www.youtube.com/watch?v=dRv6f7Y2l6U

https://www.youtube.com/watch?v=pUpCPwL1Em8

Punto medio de un segmento: https://www.youtube.com/watch?v=qzRxsVoUaMo

https://www.youtube.com/watch?v=kDzTTOvv5dc